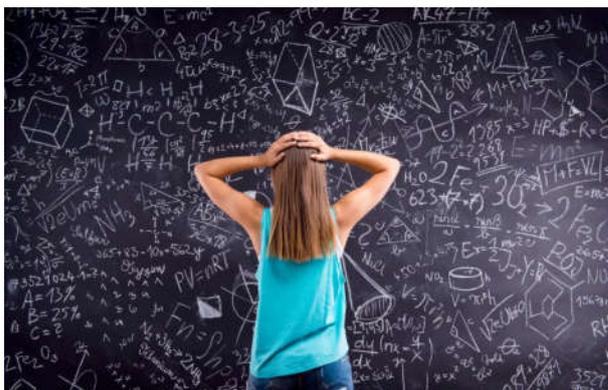


Квадратичная функция и ее свойства в задачах 1 части ОГЭ по математике



Тематика:

[Математика](#)

Автор работы:

Седова Александра, Чернецова Дарья

Руководитель проекта:

Абрамова Валентина Владимировна

Учреждение:

МБОУ «Западнодвинская средняя общеобразовательная школа №1»

Класс: 9

В процессе проведения индивидуальной исследовательской работы на тему **"Квадратичная функция и ее свойства в задачах 1 части ОГЭ по математике"** авторы наглядно продемонстрировали применение свойств квадратичной функции при решении экзаменационных задач в 1 части ОГЭ по математике.

Подробнее о работе:

В готовом исследовательском проекте по математике *"Квадратичная функция и ее свойства в задачах 1 части ОГЭ по математике"* авторы дают определение понятия "квадратичная функция", а также показывают пример графика квадратичной функции и перечисляют ее свойства. В своем проекте ученики 9 класса выяснили влияние коэффициентов квадратного трехчлена на расположение параболы на координатной плоскости.

В представленной проектно-исследовательской работе по математике на тему «Квадратичная функция и ее свойства в задачах 1 части ОГЭ по математике» учащиеся 9 класса осуществляют сбор информации о применении квадратичной функции и ее свойств, проводят анализ и систематизацию собранной информации и показывают решения экзаменационных заданий.

Оглавление

Введение

1. Квадратичная функция. Ее график и свойства
2. Исследование. Влияние коэффициентов квадратного трехчлена на

расположение параболы на координатной плоскости.
3. Применение квадратичной функции, ее графика и свойств при решении экзаменационных задач.
Заключение
Список используемой литературы

Введение

Цель работы: показать применение свойств квадратичной функции при решении экзаменационных задач 1 части ОГЭ по математике.

Задачи работы:

1. Сбор информации о применении квадратичной функции и ее свойств на примере образовательного портала «Сдам ГИА: Решу ОГЭ»;
2. Провести анализ и систематизацию собранной информации;
3. Исследовать влияние коэффициентов квадратного трехчлена на расположение параболы на координатной плоскости;
4. Показать решения заданий разного типа.

Гипотеза: предполагаем, что знание свойств квадратичной функции полезно при решении экзаменационных задач ОГЭ по математике.

Квадратичная функция. Ее график и свойства

Определение. Квадратичной функцией называется функция вида

$$y = ax^2 + vx + c, \text{ а не равно } 0$$

График – парабола (см. Рис. 1) с вершиной в точке x_0y_0 , где $x_0 = v/2a$, $y_0 = ax_0^2 + vx_0 + c$

$$x_0 = -b/2a, y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c.$$

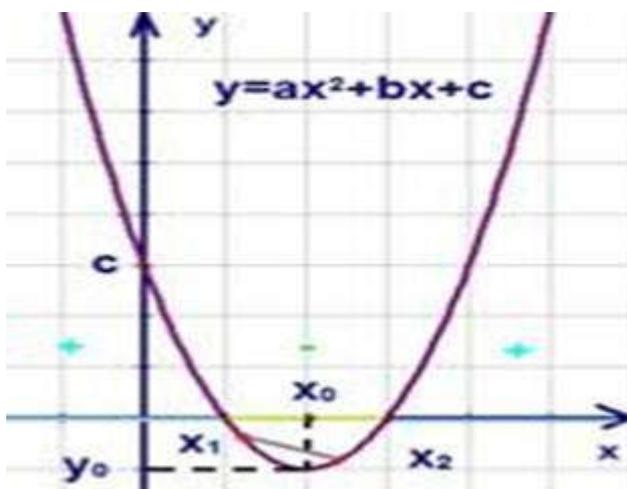


Рис. 1. График функции $y = ax^2 + vx + c$, где a не равно 0

$D(f): x \in \mathbb{R}$.

Функция непрерывна на всей $D(f)$

Свойства функции

1) $Y = ax^2 + bx + c$ в случае a больше 0.

Пусть a больше 0.

Свойства:

1. $D(f): x \in \mathbb{R}$;
2. $E(f) : y$ больше y_0 ;
3. y убывает при $x \in (-\infty, x_0)$; y возрастает при $x \in (x_0, +\infty)$;
4. $U_{\text{наим}} = y_0$, $U_{\text{наиб}}$ - не существует;
5. Непрерывна;
6. Выпукла вниз.

Свойства функции

2) $Y = ax^2 + bx + c$ в случае a меньше 0.

Пусть a меньше 0.

Свойства (см. Рис. 2):

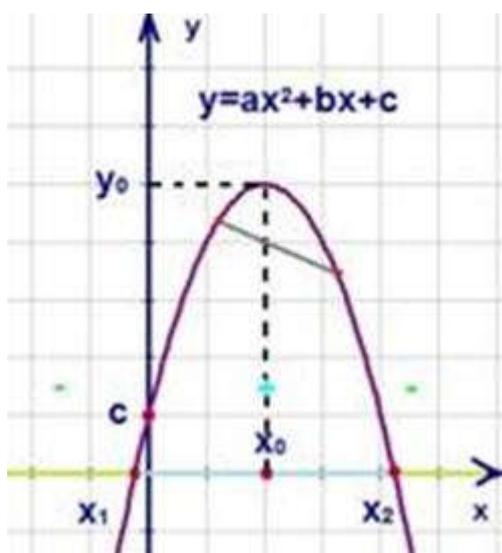


Рис. 2. График функции $y = ax^2 + bx + c$ в случае a меньше 0.

1. $D(f): x \in \mathbb{R}$;
2. $E(f) : y < y_0$;

3. y возрастает при $x \in (-\infty; x_0)$; y убывает при $x \in (x_0 + \infty)$;
4. $U_{\text{наиб}} = y_0$, $U_{\text{наим}}$ - не существует;
5. Непрерывна;
6. Выпукла вверх.

В задачах, не требующих построения графика, можно ограничиться схематическим изображением: ось абсцисс, расположение нулей функции (два, один или ни одного) и направление ветвей параболы. Такого схематического изображения достаточно для получения информации о наличии нулей функции и о знаке коэффициента a .

Исследование. Влияние коэффициентов квадратного трехчлена на расположение параболы на координатной плоскости

Цели исследования выяснить влияние коэффициентов квадратного трехчлена на расположение параболы на координатной плоскости.

План исследования

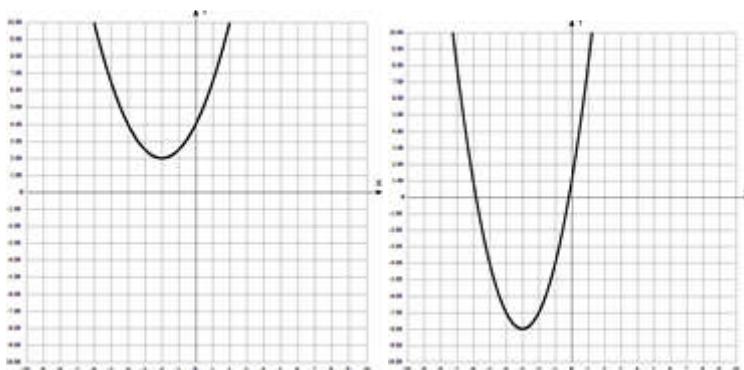
эксперимент №1	эксперимент №2
<u>Расположение графика при $a > 0$</u>	<u>Расположение графика при $a < 0$</u>
1. $b > 0, c > 0$	1. $b > 0, c > 0$
2. $b > 0, c < 0$	2. $b > 0, c < 0$
3. $b < 0, c > 0$	3. $b < 0, c > 0$
4. $b < 0, c < 0$	4. $b < 0, c < 0$

Результаты исследования

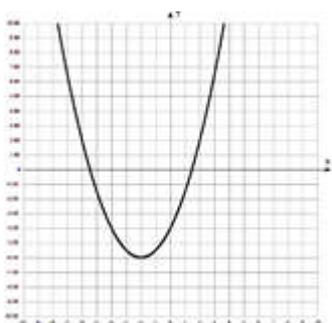
эксперимент №1

Расположение графика при $a > 0$

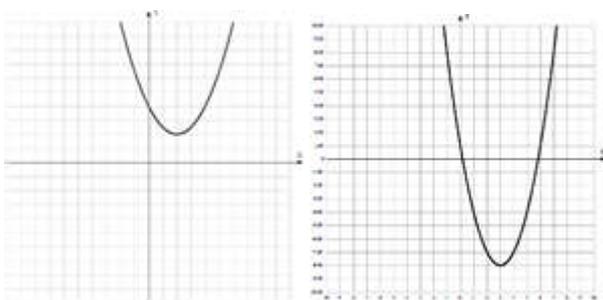
1. $b > 0, c > 0$ вершина находится во II или III четверти.



2. $b > 0, c < 0$ вершина параболы находится в III четверти



3. $b < 0, c > 0$ вершина находится в I или IV четверти

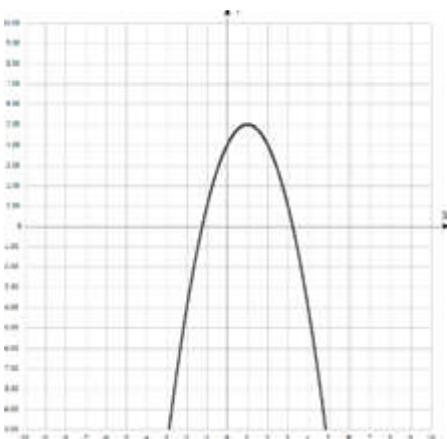


4. $b < 0, c < 0$ вершина находится в IV четверти

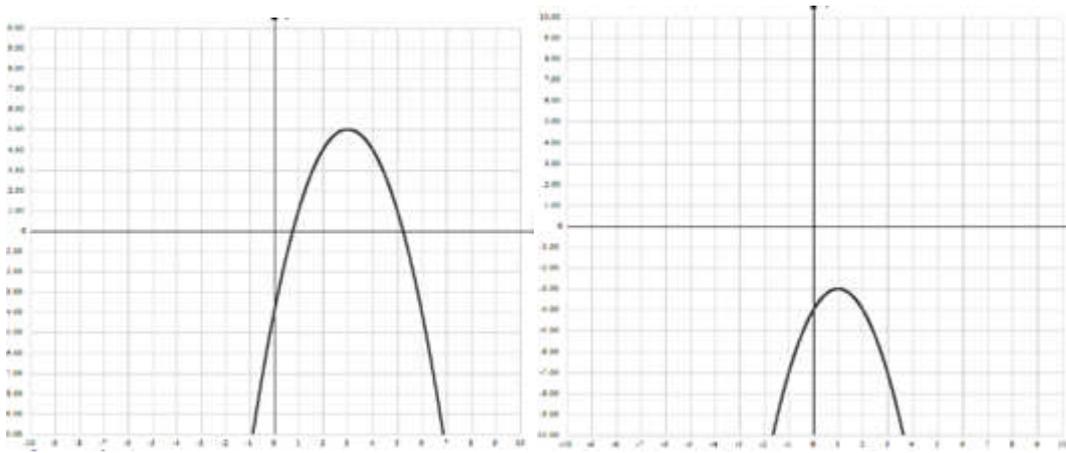
эксперимент № 2

Расположение графика при $a < 0$

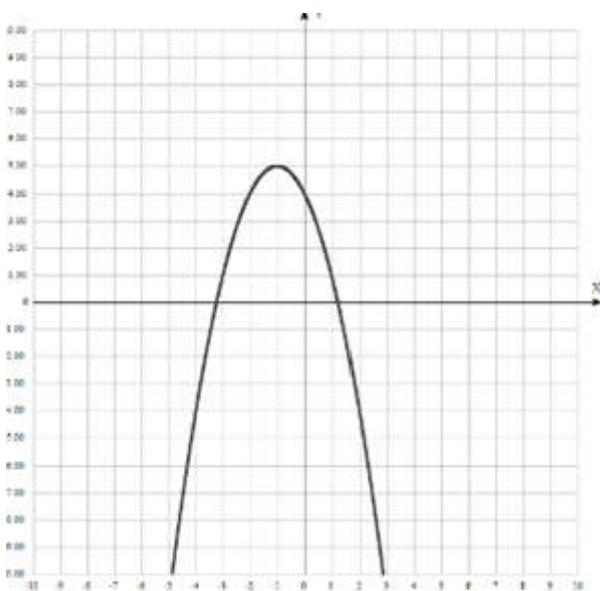
1. $b > 0, c > 0$ вершина параболы находится в I четверти



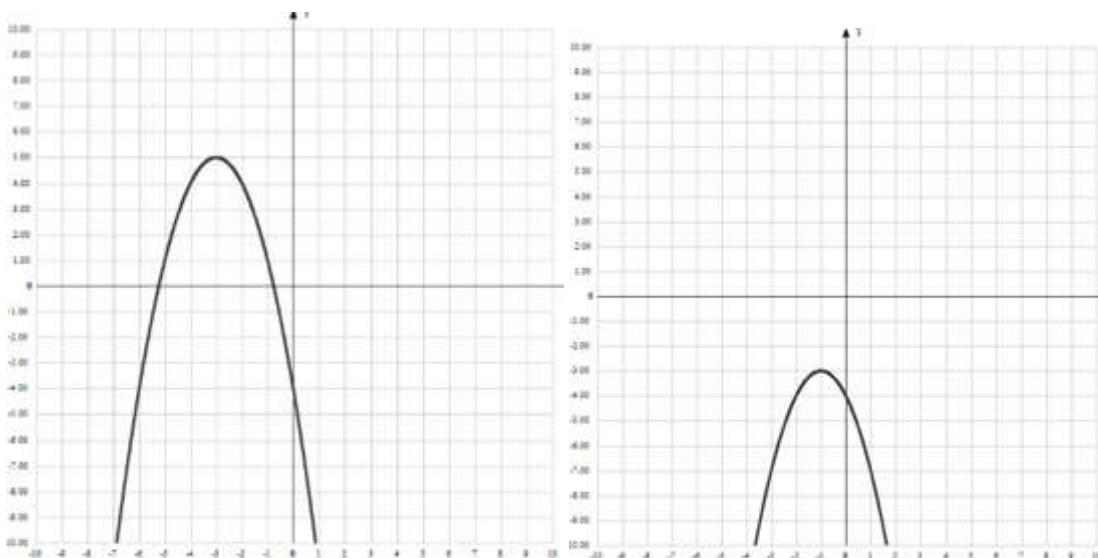
2. $b > 0, c < 0$ вершина находится во I или IV четверти



3. $b < 0, c > 0$ вершина параболы находится во II четверти



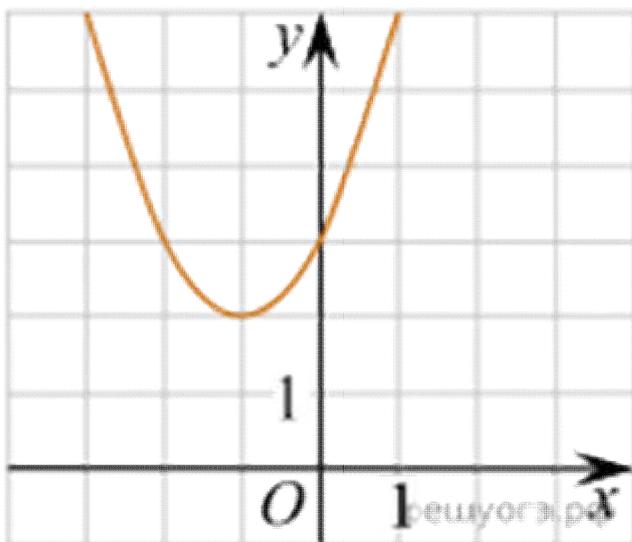
4. $b < 0, c < 0$ вершина находится во II или III четверти.



Применение квадратичной функции, ее графика и свойств при решении экзаменационных задач

Задание 11 № 1

Найдите значение a по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



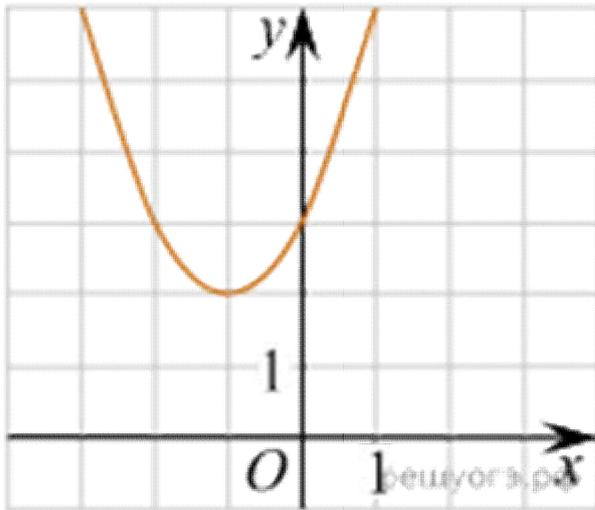
- 1) -1
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

Верный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2.

Задание 11 № 2

Найдите значение b по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



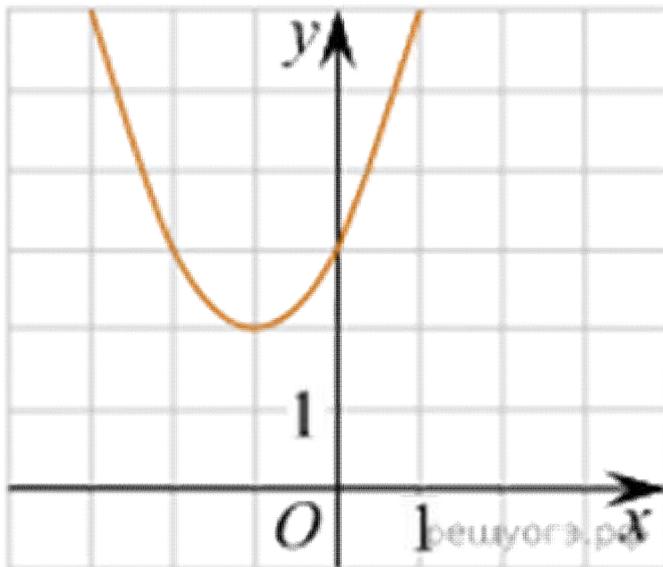
- 1) -2
- 2) 1
- 3) -1
- 4) 3

. Верный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3.

Задание 11 № 3

Найдите значение c по графику функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенному на рисунке.



- 1) -3
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

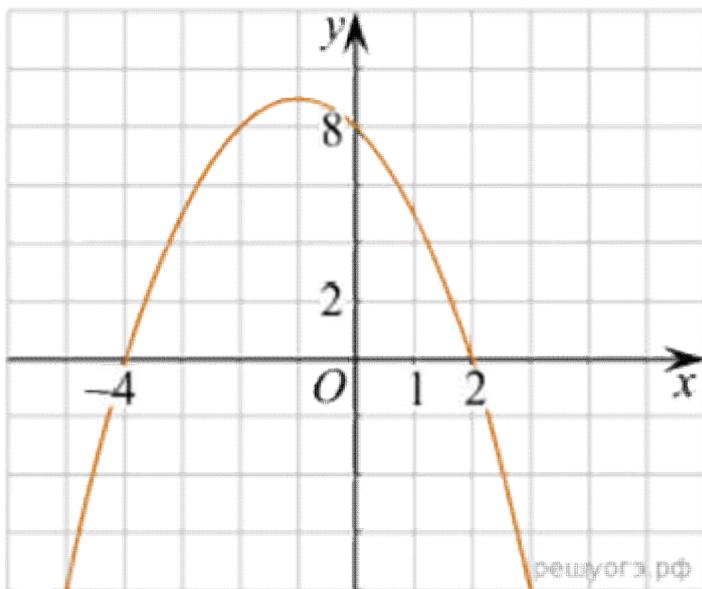
Решение.

Значение c — это ордината графика при $x=0$. Значит, $c=3$. Такой ответ указан под номером 4.

Ответ 4.

Задание 11 № 4

На рисунке изображён график квадратичной функции $y = f(x)$. Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера в порядке возрастания.



- 1) Функция возрастает на промежутке $(-\infty; -1]$.
- 2) Наибольшее значение функции равно 8.
- 3) $f(-4) \neq f(2)$.

Решение.

Проверим каждое утверждение.

1) На луче $(-\infty; -1]$ большему значению аргумента соответствует большее значение функции. Следовательно, функция возрастает на этом луче; первое утверждение верно.

2) Наибольшее значение функции равно 9, а не 8, как сказано во втором утверждении. Второе утверждение неверно.

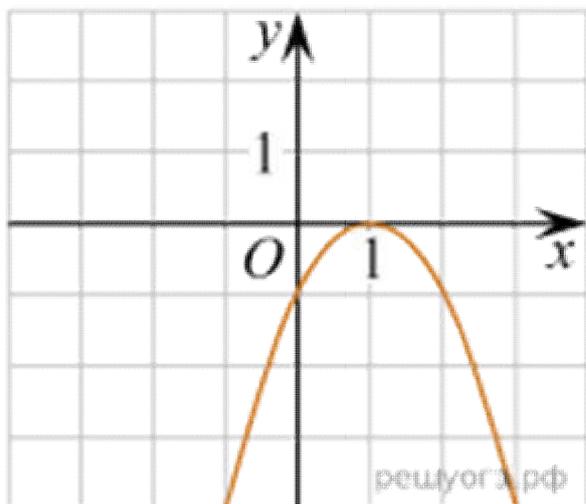
3) Значения функции в точках -4 и 2 равны нулю, поэтому $f(-4) = f(2)$. Третье утверждение неверно.

В ответе следует указать номера неверных утверждений, то есть 23.

Ответ: 23.

Задание 11 № 5 5

На рисунке изображён график функции $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения выполняются. Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.



УТВЕРЖДЕНИЯ	ПРОМЕЖУТКИ
А) функция возрастает на промежутке	1) [1;2]
Б) функция убывает на промежутке	2) [0;2]
	3) [-1;0]
	4) [-2;3]

Ответ:

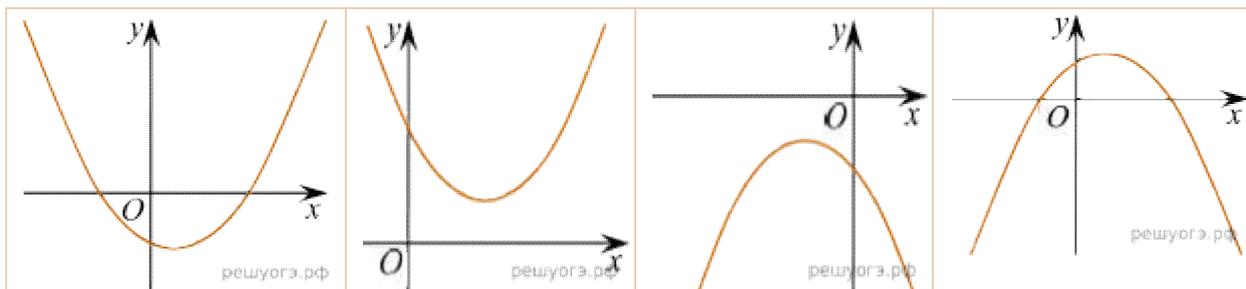
Решение.

Функция, изображённая на графике возрастает на промежутке $[-1; 0]$ и убывает на промежутке $[1;2]$. Следовательно, функция возрастает на третьем промежутке и убывает на первом.

Ответ: 31.

Задание 11 № 6

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Для каждого графика укажите соответствующее ему значения коэффициента a и дискриминанта D .



1) $a > 0, D > 0$ 2) $a > 0, D < 0$ 3) $a < 0, D > 0$ 4) $a < 0, D < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г
---	---	---	---

Решение.

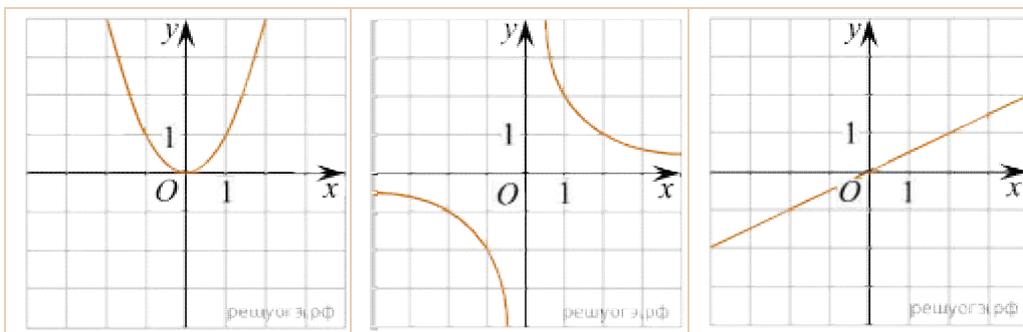
График функции — парабола. Ветви этой параболы направлены вверх, если $a > 0$, и вниз, если $a < 0$.

При $D > 0$ уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня, то есть график функции $y = ax^2 + bx + c$ имеет два пересечения с осью абсцисс. Если $D < 0$, то корней нет, а соответственно график не пересекает ось абсцисс. Таким образом, получаем ответ: А — 1, Б — 2, В — 4, Г — 3.

Ответ: 1243.

Задание 11 № 7

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



1) $y = x^2$

2) $y = x/2$

3) $y = 2x$

4) $y = 2/x$

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке.

А	Б	В
---	---	---

Решение.

Определим вид графика каждой из функций.

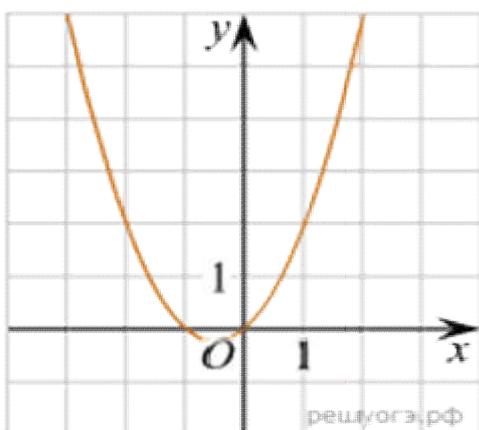
- 1) $y = x^2$ — уравнение параболы, ветви которой направлены вверх.
- 2) $y = x/2$ — уравнение прямой.
- 3) $y = 2x$ — уравнение верхней ветви параболы, направленной вправо.
- 4) $y = 2/x$ — уравнение гиперболы.

Тем самым найдено соответствие: А — 1, Б — 4, В — 2.

Ответ: 142.

Задание 11 № 8

График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



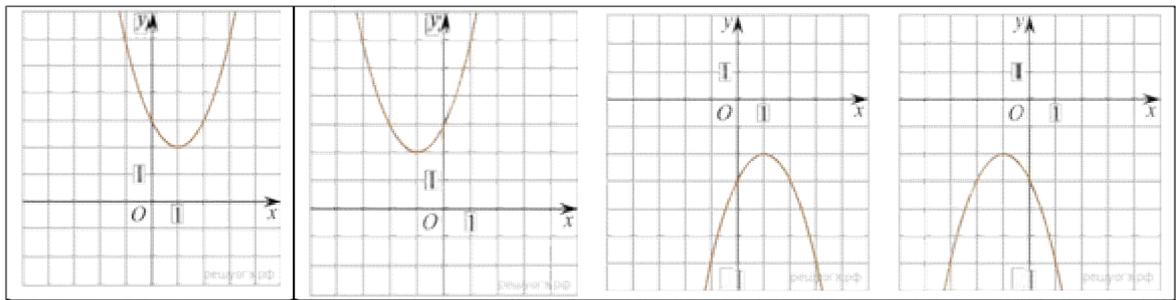
- 1) $y = x^2 - x$
- 2) $y = -x^2 - x$
- 3) $y = x^2 + x$
- 4) $y = -x^2 + x$

Следовательно, графику соответствует вариант под номером 3.

Ответ 3

Задание 11 № 9

На одном из рисунков изображен график функции $y = x^2 - 2x + 3$. Укажите номер этого рисунка.



Решение

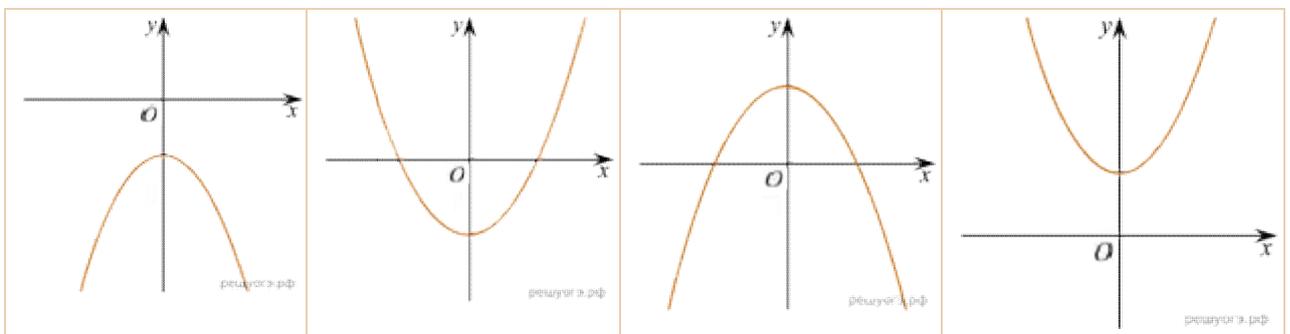
Коэффициент, поэтому ветви параболы направлены вверх. Абсцисса вершины параболы равна: $-b/2a=1$.

Правильный вариант ответа указан под номером 1.

Ответ: 1

Задание 11 № 10

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + c$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов a и c .



ЗНАКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $a > 0, c < 0$ | 2) $a < 0, c > 0$ | 3) $a > 0, c > 0$ | 4) $a < 0, c < 0$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

Решение. График функции $y = ax^2 + c$ — парабола. Ветви этой параболы направлены вверх, если $a > 0$ и вниз, если $a < 0$. Значение c определяет ординату вершины параболы. Если $c > 0$, то вершина параболы находится над осью абсцисс, а если меньше нуля, то ниже. Таким образом, получаем, ответ: А — 4, Б — 1, В — 2, Г — 3.

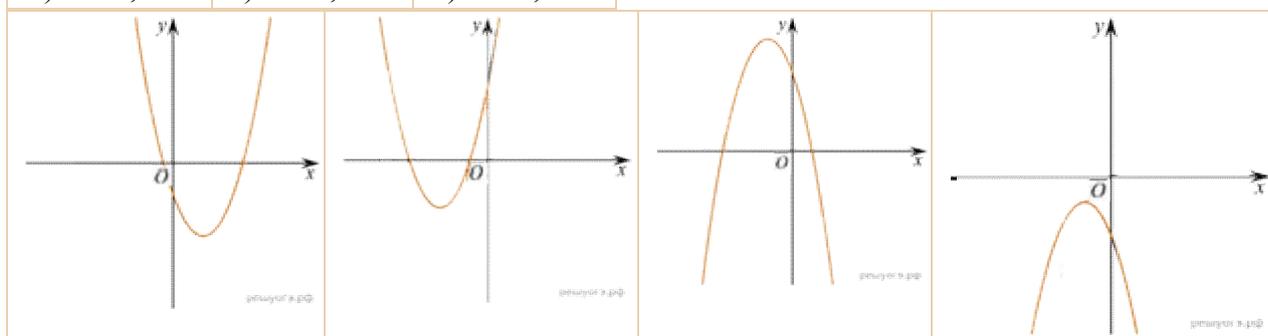
Ответ: 4123.

Задание 11 № 11

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

Коэффициенты

A) $a > 0, c < 0$	Б) $a < 0, c > 0$	В) $a > 0, c > 0$
-------------------	-------------------	-------------------



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

Решение.

Если парабола задана уравнением $y = ax^2 + bx + c$, то: при $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, а при $a < 0$ — вниз. Значение c соответствует значению функции в точке $x = 0$. Следовательно, если график пересекает ось ординат выше оси абсцисс, то значение c положительно, если ниже оси абсцисс — отрицательно.

Таким образом, функциям соответствуют следующие графики: А — 1, Б — 3, В — 2.

Ответ: 132.

Заключение

В ходе проектно-исследовательской работы мы изучили литературу о квадратичной функции, ее свойствах. Выяснили влияние коэффициентов квадратного трехчлена на расположение параболы. В результате работы мы убедились, что знание свойств квадратичной функции полезно при решении экзаменационных задач ОГЭ по математике.

Литература и интернет ресурсы

1. Виленкин Н.Я. Функции в природе и технике. М. Просвещение, 1989г
2. Алгебра. 9 класс. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С. Якир М.: М.. «Вентана-Граф», 2018.
3. Гусев В.А., Мордкович А.Г. Математика: справочные материалы: книга для учащихся. М. Просвещение. 1988г
4. Образовательный портал «Сдам ГИА: Решу ОГЭ»

